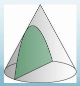
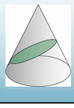
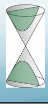
Cônicas

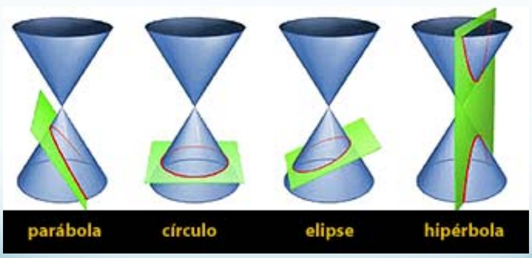
Seções cônicas

Por que seções cônicas?

- As seções cônicas são três: parábola, elipse e hipérbole. São chamadas de seções cônicas porque resultam da interseção de um cone com um plano.
- A parábola pode ser obtida cortando-se um cone reto com um plano paralelo à geratriz do cone.
- A elipse pode ser obtida cortando-se um cone reto com um plano transversal às geratrizes do cone.
- A hipérbole pode ser obtida cortando-se um cone duplo reto com um plano paralelo ao eixo do cone duplo.

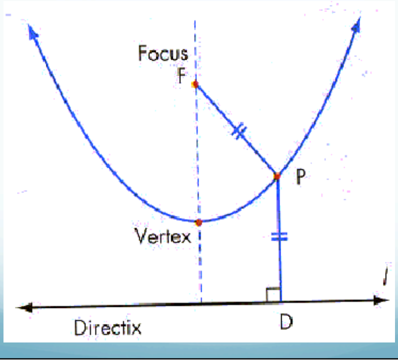
AS SEÇÕES CÔNICAS



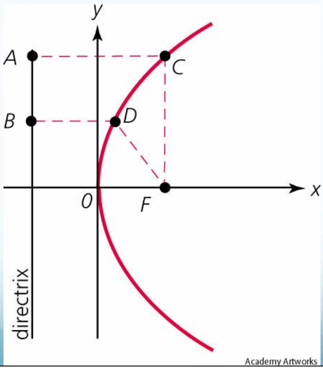
A PARÁBOLA

Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistante de um ponto fixo (FOCO) e de uma reta fixa (DIRETRIZ) desse plano.

A PARÁBOLA



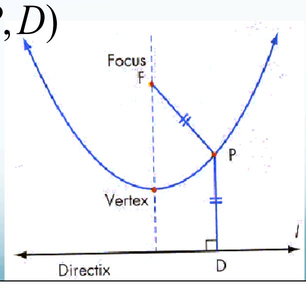
A PARÁBOLA



A PARÁBOLA

Pela Definição, Um ponto P qualquer pertence à parábola, se e somente se,

$$d(P,F) = d(P,D)$$



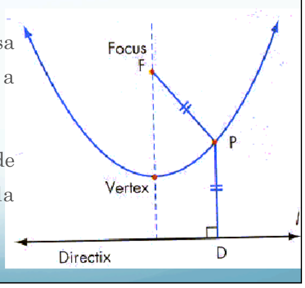
ELEMENTOS DA PARÁBOLA

FOCO: é o ponto F

DIRETRIZ: é a reta d.

EIXO: é a reta que passa por F e é perpendicular a d.

VÉRTICE: é o ponto V de interseção da parábola com o eixo.



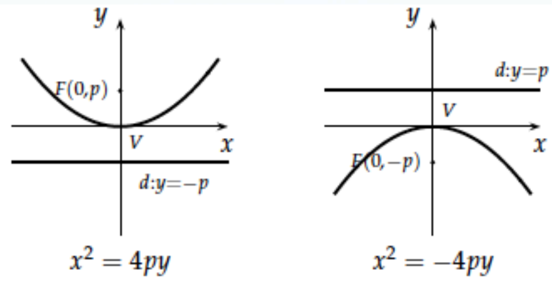
Considerando $F = (0, p), \quad r: y = -p \; e \; P(x, y)$

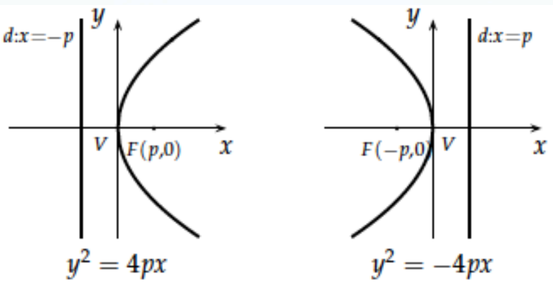
$$d(P,F) = \sqrt{(0-x)^2 + (p-y)^2} = \sqrt{x^2 + (p-y)^2}$$

$$d(P,r) = \frac{|y+p|}{\sqrt{0^2+1^2}} = |y+p|$$

$$\sqrt{x^2 + (p-y)^2} = |y+p|$$

$$x^2 + (p-y)^2 = (y+p)^2$$
$$x^2 + p^2 - 2py + y^2 = y^2 + 2yp + p^2$$
$$x^2 = 4py \; ou$$
$$y = \frac{x^2}{4p}$$





Obter a equação da parábola que satisfaça as condições em cada caso.

(a) Vértice na origem e foco em $(0,1)$;

V(0,0) e F(0,1)
como F(0,p) , logo p=1 substituindo na equação
$X^2 = 4py$
$X^2 = 4(1)y$
$X^2 = 4y$

(b) Foco em $(0,-3)$ e diretriz $y = 3$;

F(0,-3) e y=3
Considerando a parábola voltada pra baixo F(0,-p), então p=3
Substituindo na equação
$X^2 = - 4py$
$X^2 = - 4(3)y$
$X^2 = - 12y$

(c) Vértice na origem, concavidade voltada para cima e passando pelo ponto $P(-2,5)$.

V(0,0), $X^2 = 4py$ e P(x,y) = P(-2,5)

substituindo o ponto P na equação
$(-2)^2 = 4p(5)$
4 = 20p
P=1/5

Então $X^2 = 4(1/5)y$
$X^2 = 4/5y$

Exemplo 1.9. Determinar, para cada uma das parábolas, o foco e uma equação da diretriz.

(a) $x^2 - 16y = 0$ (b) $x = -\frac{1}{4}y^2$

(a) $x^2 = 16y \therefore p = 4$. **Portanto,** $F(0,4)$ **e** $d : y = -4$.

(b) $x = -\frac{1}{4}y^2 \therefore y^2 = -4x$. Donde $p = 1$.

Logo, o foco é $F(-1,0)$ **e** $d : x = 1$.