



Aula 04 – Noções de Probabilidade

PROBABILIDADE CONDICIONAL E INDEPENDÊNCIA

Probabilidade condicional: Dados dois eventos A e B, a probabilidade condicional de A dado que ocorreu B é denotada por $P(A | B)$ e definida por

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0.$$

Da definição de probabilidade condicional, obtemos a **regra do produto de probabilidades**

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A | B).$$

Analogamente, se $P(A) > 0$,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B | A).$$

• Qual é a probabilidade do jovem escolhido ser alfabetizado sabendo-se que é do sexo masculino?

Diretamente da tabela

Sexo	Alfabetizada		Total
	Sim	Não	
Masc.	39.577	8.672	48.249
Fem.	46.304	7.297	56.601
Total	85.881	15.969	101.850

temos $P(S | M) = 39.577 / 48.249 = 0,82$.

Pela **definição**,

$$P(S | M) = \frac{P(S \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{39.577}{101.850}}{\frac{48.249}{101.850}} = 0,82.$$

Probabilidade Condicional

Exemplo 1

Um grupo de pessoas inclui 40 com diploma de curso superior, 20 microempresários e 10 que são, ao mesmo tempo, portadores de diploma do curso superior e microempresários.

Calcule a probabilidade de alguém ser microempresário sabendo que ele tem diploma de curso superior.

Sejam os eventos:

$A = \{ \text{pessoa tem diploma de curso superior} \}$

$B = \{ \text{pessoa é um microempresário} \}$



Aula 04 – Noções de Probabilidade

Probabilidade Condicional

Exemplo 1

Seleciona-se uma das 50 pessoas aleatoriamente.
Então:

$P(A) = 40/50$, $P(B) = 20/50$ e $P(A \cap B) = 10/50$

Considere o seguinte evento: a pessoa é microempresária e sabe-se que ela tem diploma de curso superior

A probabilidade deste evento é diferente da probabilidade da pessoa ser microempresária, visto que agora o espaço amostral não consiste mais nas 50 pessoas originais, mas apenas naquelas que possuem diploma de curso superior

Probabilidade Condicional

Exemplo 1

A probabilidade condicional de que uma pessoa seja microempresária sabendo-se que ela tem diploma de curso superior é dada por:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{10}{50}}{\frac{40}{50}} = \frac{10}{40}$$

Observações

O exemplo mostra que devemos olhar para as 10 pessoas na interseção dentre as 40 pessoas com diploma de curso superior

$P(B|A) = 0,25$

O nosso espaço amostral, ao calcular a probabilidade condicional, restringe-se às 40 pessoas que têm curso superior, e não mais às 50 pessoas do grupo original

Probabilidade Condicional

Exemplo 2

Em uma amostra de 100 funcionários de uma empresa:

- 35 são homens e fumantes,
- 28 são homens e não fumantes,
- 17 são mulheres e fumantes,
- 20 são mulheres e não fumantes.

Qual a probabilidade de um funcionário escolhido ao acaso ser fumante, considerando que ele seja homem?



Aula 04 – Noções de Probabilidade

Probabilidade Condicional

Exemplo 2

	Fumantes	Não fumantes	Total
Homens	35	28	63
Mulheres	17	20	37
Total	52	48	100

Sejam os eventos:

$A = \{ \text{o funcionário é fumante} \}$

Probabilidade Condicional

Exemplo 2

Note que, quando definimos que o evento B correu (o funcionário é homem), restringimos o espaço amostral à ocorrência do evento A (o funcionário é fumante)

O novo universo passa a ser o próprio evento B

	Fumantes	Não fumantes	Total
Homens	35	28	63
Mulheres	17	20	37
Total	52	48	100

Novo universo

$P(A \cap B)$

Probabilidade Condicional

Exemplo 2

Utilizando o número de elementos de cada conjunto:

$P(A | B) = 35/63 = 0,556$

Ou empregando a expressão da definição:

$P(B) = 63/100 = 0.63$

$P(A \cap B) = 35/100 = 0.35$

$P(A | B) = P(A \cap B)/P(B) = 0,35/0,63 = 0,556$

	Fumantes	Não fumantes	Total
Homens	35	28	63
Mulheres	17	20	37
Total	52	48	100

Novo universo

$P(A \cap B)$



Aula 04 – Noções de Probabilidade

Probabilidade Condicional

Exemplo 3

Ao serem lançados dois dados equilibrados sobre uma mesa, calcule a probabilidade de a soma das duas faces ser 8, sabendo que ocorre face 3 no primeiro dado.

Sejam os eventos:

$A = \{ \text{a soma das duas faces é 8} \}$

$B = \{ \text{ocorre face 3 no primeiro dado} \}$



Total de resultados possíveis no lançamento dos dois dados: $6 \times 6 = 36$

$A = \{ (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2) \}$

$B = \{ (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (3;5), (3;6) \}$

$$P(A \cap B) = 1/36 \text{ (3;5)} \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/36}{6/36}$$

$$P(B) = 6/36$$

$$P(A|B) = 1/6$$
