

Considerando a dificuldade de alguns sobre o fato de colocar $x^{1/2}$ em evidência, segue outra forma de fazer.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$$

Faça o conjugado do numerador

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x} \cdot \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2-x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$$

Substituindo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} = \frac{2}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+2} - x$$

Faça o conjugado do numerador

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+2} - x \cdot \frac{\sqrt{x^2+2} + x}{\sqrt{x^2+2} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2-x^2}{\sqrt{x^2+2} + x}$$

Substituindo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} - x} = \frac{2}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$$

Faça o conjugado do numerador

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 4x} + x}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - x^2}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$$

Colocando x em evidência

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} \left(\frac{4}{\frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x} + 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{\frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x} + 1} \right)$$

Como pelas propriedades, o limite do quociente pode ser escrito como o quociente do limite, o limite de constante é a contante , então.

$$\frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} 4}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} 1}$$

Respondendo a parte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x}$$

esse limite é do tipo $\frac{\infty}{\infty}$

reescrevendo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 + 4x}{x^2}}$$

Como graus iguais o limite é 1, retornando para:

$$\frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} 4}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} 1}$$

$$\frac{4}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$$