

# Estatística Probabilidade

---

---

---

---

---

---

---

## NOÇÕES DE PROBABILIDADE

---

---

---

---

---

---

---

## TEORIA DAS PROBABILIDADES

A teoria das probabilidades busca estimar as chances de ocorrer um determinado acontecimento. É um ramo da matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.

---

---

---

---

---

---

---

## 1. Espaço Amostral

- Experimento aleatório: É um experimento que pode apresentar resultados diferentes, quando repetido nas mesmas condições.
- Espaço amostral: É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Indicamos o espaço amostral por  $\Omega$ .
- Evento: Chama-se evento a qualquer subconjunto do espaço amostral.
- Obs.: Dizemos que um espaço amostral é equiprovável quando seus elementos têm a mesma chance de ocorrer.

---

---

---

---

---

---

---

## 2. Eventos certo, impossível e mutuamente exclusivos

- Evento certo: Ocorre quando um evento coincide com o espaço amostral.
- Evento impossível: Ocorre quando um evento é vazio.

---

---

---

---

---

---

---

## Exemplos:

Ex.: 1 Lançar um dado e registrar os resultados:

Espaço amostral:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Evento A: Ocorrência de um número menor que 7 e maior que zero.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Portanto  $A = \Omega$ , logo o evento é certo.

---

---

---

---

---

---

---

Evento B: Ocorrência de um número maior que 6.  
 $B = \emptyset$

Não existe número maior que 6 no dado, portanto o evento é impossível.

Evento C: Ocorrência de um número par.

$$C = \{2, 4, 6\}$$

Evento D: Ocorrência de múltiplo de 3.

$$D = \{3, 6\}$$

---

---

---

---

---

---

---

Evento E: Ocorrência de número par ou número múltiplo de 3.

$$E = C \cup D \Rightarrow E = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 6\} \Rightarrow$$

$$E = \{2, 3, 4, 6\} \cdot \text{União de eventos}$$

Evento F: Ocorrência de número par e múltiplo de 3.

$$F = C \cap D \Rightarrow F = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 6\} \Rightarrow F = \{6\}$$

Intersecção de eventos

---

---

---

---

---

---

---

Evento H: Ocorrência de número ímpar

$$H = \{1, 3, 5\}$$

Obs.: C e H são chamados eventos complementares. Observe que  $C \cap H = \emptyset$ . Quando a interseção de dois eventos é o conjunto vazio, eles são chamados eventos mutuamente exclusivos.

---

---

---

---

---

---

---

### PROBABILIDADE DE OCORRER UM EVENTO

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

---

---

---

---

---

---

---

### Exemplos

Ex.: 1 Consideremos o experimento Aleatório do lançamento de um moeda perfeita. Calcule a probabilidade de sair cara.

Espaço amostral:  $\Omega = \{\text{cara, coroa}\} \Rightarrow n(\Omega) = 2$

Evento A:  $A = \{\text{cara}\} \Rightarrow n(A) = 1$

Como  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ , temos  $P(A) = \frac{1}{2}$  ou  $0,50 = 50\%$

---

---

---

---

---

---

---

Ex.: 2 No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de sair número maior do que 4?

Espaço amostral:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Evento A:  $A = \{5, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

---

---

---

---

---

---

---

Ex.: 3 No lançamento simultâneo de 3 moedas perfeitas distinguíveis, qual é a probabilidade de serem obtidas:

a) Pelo menos 2 caras?

b) Exatamente 2 caras?

C = cara      K = coroa

$\Omega = \{CCC, CCK, CKC, CKK, KCC, KCK, KKC, KKK\} \Rightarrow$

$n(\Omega) = 8$

$A = \{CCC, CCK, CKC, KCC\} \Rightarrow n(A) = 4$

---

---

---

---

---

---

---

a)  $A = \{CCC, CCK, CKC, KCC\} \Rightarrow n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$$

b)  $B = \{CCK, CKC, KCC\} \Rightarrow n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5$$

---

---

---

---

---

---

---

Ex.: 4 Vamos formar todos os números de 3 algarismos distintos, permutando os dígitos 7, 8 e 9. Qual é a probabilidade de, escolhendo um número desses ao acaso, ele ser:

a) ímpar      b) par?      c) múltiplo de 6?  
d) múltiplo de 4?      e) maior que 780?

$\Omega = \{789, 798, 879, 897, 978, 987\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

---

---

---

---

---

---

---

a) Evento A: ser ímpar  $\Rightarrow A = \{789, 879, 897, 987\} \Rightarrow n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,66 = 66\%$$

b) Evento B: ser par  $\Rightarrow B = \{798, 978\} \Rightarrow n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33 = 33\%$$

---

---

---

---

---

---

---

c) Evento C: ser múltiplo de 6  $\Rightarrow C = \{798, 978\}$

$$P(C) = \frac{2}{6} = 0,33 = 33\%$$

d) Evento D: ser múltiplo de 4  $\Rightarrow D = \emptyset \Rightarrow n(D) = 0$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

e) Evento E: ser maior que 780  $\Rightarrow E = \Omega \Rightarrow n(E) = 6$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

---

---

---

---

---

---

---

Ex.: 5: Consideremos todos os números naturais de 4 algarismos distintos que se podem formar com os algarismos 1, 3, 4, 7, 8 e 9. Escolhendo um deles ao acaso, qual é a probabilidade de sair um número que comece por 3 e termine por 7?

— — — —

3 — — 7

---

---

---

---

---

---

---

Ex.: 5: Consideremos todos os números naturais de 4 algarismos distintos que se podem formar com os algarismos 1, 3, 4, 7, 8 e 9. Escolhendo um deles ao acaso, qual é a probabilidade de sair um número que comece por 3 e termine por 7?

3 \_ \_ \_ 7

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{360} = \frac{1}{30} \cong 0,033 = 3,33\%$$

---

---

---

---

---

---

---

---

Exemplo 6: Num grupo de 75 jovens, 16 gostam de música, esporte e leitura; 24 gostam de música e esporte; 30 gostam de música e leitura; 22 gostam de esporte e leitura; 6 gostam somente de música; 9 gostam somente de esporte e 5 gostam somente de leitura. CALCULE a probabilidade de escolher, ao acaso, um desses jovens:

- a) ele gostar de música;  
b) ele não gostar de nenhuma dessas atividades.

---

---

---

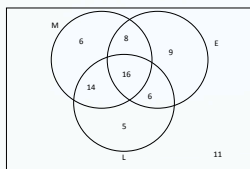
---

---

---

---

---



$$n(\Omega) = 75$$

gostam de música:  $6 + 8 + 16 + 14 = 44$

não gostam de nenhuma dessas atividades:

$$75 - (6 + 9 + 5 + 8 + 6 + 14 + 16) = 75 - 64 = 11$$

---

---

---

---

---

---

---

---

a) a probabilidade de gostar de música:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{44}{75} \cong 58\%$$

b) probabilidade de não gostar de nenhuma dessas atividades:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{11}{75} \cong 14\%$$

---

---

---

---

---

---

---

## PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS

Consideremos dois eventos A e B de um mesmo espaço amostral  $\Omega$ . Da teoria dos conjuntos sabemos que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

- Dividindo os membros da equação por  $n(\Omega)$ , temos:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

---

---

---

---

---

---

---

**Exemplo 7 :** No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de se obter o número 3 ou um número ímpar?

Espaço amostral:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Evento A: número 3  $\Rightarrow A = \{3\} \Rightarrow n(A) = 1$

Evento B: número ímpar  $\Rightarrow B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow n(B) = 3$

---

---

---

---

---

---

---



$$A \cap B = \{3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{3\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{6}$$

---

---

---

---

---

---

---

**Exemplo 8:** Ao retirar uma carta de um baralho de 52 cartas, qual é a probabilidade de que essa carta seja vermelha ou um ás?

$$n(\Omega) = 52$$

$$\text{Evento A: a carta é vermelha} \Rightarrow n(A) = 26$$

$$\text{Evento B: a carta é ás} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$n(A \cap B) = 2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

---

---

---

---

---

---

---

$$P(A \cup B) = \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{28}{52}$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{13} \cong 53,8\%$$

---

---

---

---

---

---

---

## PROBABILIDADE DO EVENTO COMPLEMENTAR

A probabilidade de não ocorrer o evento A é a probabilidade de ocorrer o evento complementar de A, representado por .

Nessas condições, temos :

$$A \cup \bar{A} = \Omega \text{ e } A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$P(\Omega) = P(A \cup \bar{A})$$

Então,  $1 = P(A) + P(\bar{A}) \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

---

---

---

---

---

---

---

Exemplo 9: No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos distinguíveis, vamos calcular a probabilidade de NÃO sair soma 5.

$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow n(\Omega) = 36$ .

Seja A o evento "sair soma 5". Então:

$$A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

---

---

---

---

---

---

---

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{9}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{8}{9}$$

---

---

---

---

---

---

---

Exemplo 10: Uma máquina produziu 50 parafusos dos quais 5 eram defeituosos. Ao pegar ao acaso 3 parafusos, qual é a probabilidade de que:

- a) Os três sejam perfeitos?
- b) Os três sejam defeituosos?
- c) Pelo menos um seja defeituoso?

$n(\Omega) =$  n° de combinações de 50 elementos tomados 3 a 3.

---

---

---

---

---

---

---

---

$$n(\Omega) = C_{50,3} = \frac{50!}{3!(50-3)!} = \frac{50!}{3!47!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47!}{6 \cdot 47!} = 19.600$$

a) evento A: os três parafusos são perfeitos

$$n(A) = C_{45,3} = \frac{45!}{3!(45-3)!} = \frac{45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42!}{6 \cdot 42!} = 14.190$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14.190}{19.600} \approx 0,72398 \text{ ou } 72,4\%$$

---

---

---

---

---

---

---

---

b) evento B: os três parafusos são defeituosos

$$n(B) = C_{5,3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} = 10$$

c) evento C: pelo menos um é defeituoso, o que corresponde ao complementar de A (os três são perfeitos). Logo:

$$P(A) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10}{19.600} \approx 0,00005 \text{ ou } 0,005\%$$

$$P(C) = P(\bar{A})$$

$$P(C) = 1 - P(A)$$

$$P(C) = 1 - 0,72398$$

$$P(C) = 0,27602 \text{ ou } \approx 27,6\%$$

---

---

---

---

---

---

---

---