Cálculo Numérico

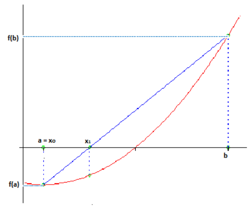
Método das Cordas

Método das Cordas

Seja f(x) uma função contínua que tenha a segunda derivada com sinal constante no intervalo [a,b] sendo que f(a).f(b)<0 e que existe somente uma raiz para função neste intervalo.

Método das Cordas

O método da cordas equivale a substituir a função y=f(x) por uma corda que passa pelos pontos A=(a , f(a)) e B=(b, f(b)).

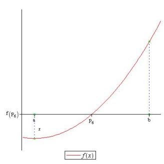


Vamos desenvolver o processo para calcular as aproximações para o zero da função

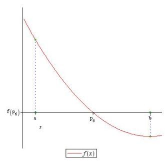
Método das Cordas

Supondo que f'' tenha sinal constante no intervalo [a,b], temos quatro situações:

Se f''(x)>0



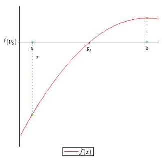
f(a)<0 e f(b)>0
caso 1



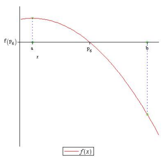
f(a)>0 e f(b)<0
caso 2

Método das Cordas

Se **f''(x)<0**



f(a)<0 e f(b)>0
caso 3



f(a)>0 e f(b)<0
caso 4

Método das Cordas

Para os casos 1 e 3 a solução em cada iteração é dado por:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(b)}.(x_n - b)$$

Método das Cordas

Para os casos 2 e 4 a solução em cada iteração é dado por:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(a)}.(x_n - a)$$

Método das Cordas

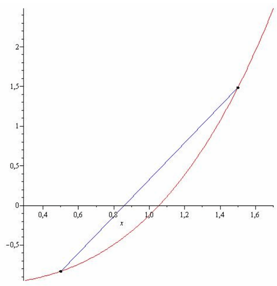
O que diferencia a forma geral nos casos 1, 2, 3 e 4 é o ponto fixado no ínicio ou no término da corda. O ponto fixado (a ou b) é aquele no qual o sinal da função f coincide com o sinal da segunda derivada de f. Vamos chamar esse ponto de c.

Método das Cordas

Assim, a solução geral será dada por:

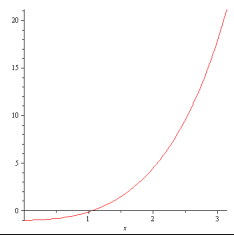
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(c)}.(x_n - c)$$

Método das Cordas



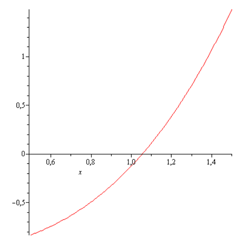
Método das Cordas

Exemplo 1: Calcular a raiz da equação f(x)=e^x - sen(x) – 2 com 5 iterações.



Método das Cordas

Vamos considerar o intervalo [0,5; 1,5]



Método das Cordas

Início

f(0,5)= - 0.830704268 < 0

f(1,5)= 1.484194083 > 0

c = 1,5

Método das Cordas

Iteração k=0

$$x_0 = 0,5$$

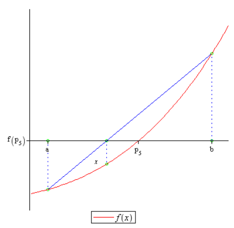
$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(x_0)-f(c)}.(x_0 - c)$$

$$x_1 = 0,5 - \frac{(-0,830704268)}{(-2,314898351)}(0,5-1,5)$$

$$x_1 = 0,8588512937$$

Método das Cordas

Iteração k=0



Método das Cordas

Iteração k=1

$$x_1 = 0,8588512937$$

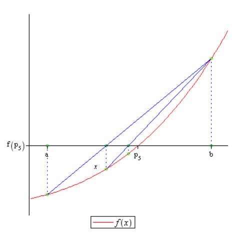
$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f(x_1)-f(c)}.(x_1 - c)$$

$$x_2 = 0,8588512937 - \frac{(-0.396644929)}{(-1.880839012)}(0,8588512937-1,5$$

$$x_2 = 0.9940613683$$

Método das Cordas

Iteração k=1



Método das Cordas

Iteração k=2

$$x_2 = 0,9940613683$$

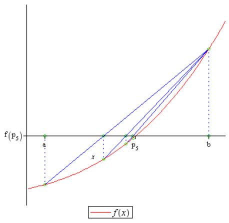
$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f(x_2)-f(c)}.(x_2 - c)$$

$$x_3 = 0,9940613683 - \frac{(-0,136060717)}{(-1,620254800)}(0,9940613683-1,5)$$

$$x_3 = 1,036547509$$

Método das Cordas

Iteração k=2



Método das Cordas

Iteração k=3

$x_3 = 1{,}036547509$

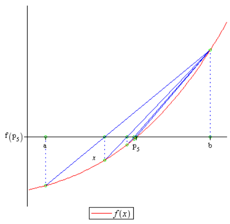
$x_4 = x_3 - \dfrac{f(x_3)}{f(x_3) - f(c)}.(x_3 - c)$

$x_4 = 1{,}036547509 - \dfrac{(-0{,}041185360)}{(-1{,}525379443)}(1{,}036547509 - 1{,}5)$

$x_4 = 1{,}049060761$

Método das Cordas

Iteração k=3



Método das Cordas

Iteração k=4

$x_4 = 1{,}049060761$

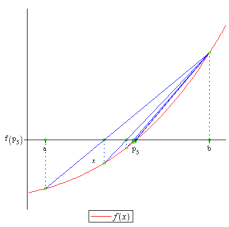
$x_5 = x_4 - \dfrac{f(x_4)}{f(x_4) - f(c)}.(x_4 - c)$

$x_5 = 1{,}049060761 - \dfrac{(-0{,}011987144)}{(-1{,}496181227)}(1{,}049060761 - 1{,}5)$

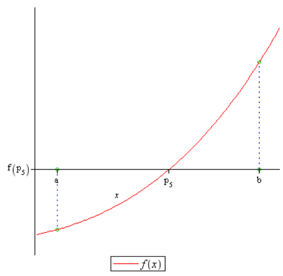
$x_5 = 1{,}052673608$

Método das Cordas

Iteração k=4



Método das Cordas



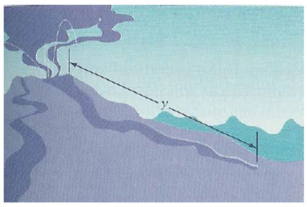
A recolha de energia solar

$$f(x) = \frac{\pi(300/cos(x))^2 0.8}{0.5\pi 14^2(1 + sen(x) - 0.5cos(x))} - 1200 = 0.$$

$x_1 = 0$ e $x_2 = \frac{\pi}{25}$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-3}$ ou no máximo 3 iterações.

Existe uma aldeia no sopé da montanha a uma distância de $y = 10$.



$y = 7\ (2 - 0.9^t).$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-3}$ ou no máximo 3 iterações. Utilize nos cálculos 4 casas decimais.